

# יסודות ההסתברות

פרק 9 - קומבינטוריקה - דגימה ללא סדר ועם החזרה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## קומבינטוריקה – דגימה ללא סדר ועם החזרה:

### רקע:

מספר האפשרויות לבחור  $k$  עצמים (לא בהכרח שונים) מתוך  $n$  עצמים שונים, ללא חשיבות לסדר העצמים הנדגמים, ועצם יכול להיבחר יותר מפעם אחת:

$$\cdot \binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

דוגמה:

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק 4 כדורים זהים לשלושה תאים שבכל תא יש מקום ליותר מכדור אחד? (פתרון והסבר הרעיון בהקלטה)

### סיכום כללי של המצבים האפשריים לדגימה:

| מספר האפשרויות לבחירת $k$ עצמים מתוך אוכלוסייה של $n$ עצמים שונים |                             |                                         |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|
| ביצוע הדגימה                                                      | עם התחשבות בסדר הבחירה      | ללא התחשבות בסדר הבחירה                 |
| עם החזרה                                                          | $n^k$                       | $\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$ |
| ללא החזרה                                                         | $(n)_k = \frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$    |

## שאלות:

- (1) בכמה דרכים יש להכניס 8 כדורים זהים לחמישה תאים כאשר תא יכול להכיל יותר מכדור אחד?
- (2) בכמה אופנים ניתן להכניס 5 מחברות זהות ל-3 תיקים שונים?
- (3) בכמה אופנים ניתן להכניס 8 כדורים לתוך 3 תאים שונים כאשר:
  - א. הכדורים זהים.
  - ב. הכדורים שונים זה מזה.
- (4) בכמה דרכים יש לסדר 10 משחקים ב-4 מגירות כאשר:
  - א. המשחקים שונים זה מזה.
  - ב. במשחקים זהים זה לזה.
- (5) מהו מספר הפתרונות השלמים האי שליליים למשוואה הבאה:  $X_1 + X_2 = 3$ .
- (6) מהו מספר הפתרונות השלמים האי-שליליים למשוואה הבאה:  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 20$ .
- (7) במכירה פומבית הוצגו 4 פמוטי זהב זהים לחלוטין. על קניית היצירות התחרו 3 אספנים. אספן יכול היה לרכוש יותר מפמוט אחד. בהנחה וכל הפמוטים נמכרו, כמה אפשרויות מכירה לאספנים השונים ישנן?
- (8) נתונות האותיות: A, B, C ו-D. נרצה לבחור שתי אותיות מתוך קבוצת האותיות הללו כאשר מותר לבחור אותה אות יותר מפעם אחת אבל אין חשיבות לסדר האותיות שנבחרו. כמה דרכים ישנן לבחירה?
- (9) במשחק הלוטו החדש יש לבחור ארבעה מספרים מתוך המספרים 1-20. אין חשיבות לסדר הפנימי של המספרים, אלא רק לגלות אילו מספרים עלו בגורל. מה הסיכוי לגלות את המספרים שעלו בגורל אם:
  - א. אסור לבחור את אותו מספר יותר מפעם אחת.
  - ב. מותר לחזור על אותו מספר יותר מפעם אחת.

**(10)** ישנם 5 כדורים להכניס ל-6 תאים.

חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:

- א. הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ב. הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ג. הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ד. הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

**(11)** ישנם  $k$  כדורים להכניס ל- $n$  תאים ( $n > k$ ).

חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:

- א. הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ב. הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ג. הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
- ד. הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

### תשובות סופיות:

(1) 495.

(2) 21.

(3) א. 45. ב. 6561.

(4) א.  $4^{10}$ . ב. 286.

(5) 4.

(6) 1771.

(7) 15.

(8) 10.

(9) א.  $\frac{1}{4845}$ . ב.  $\frac{1}{8855}$ .

(10) א. 7776. ב. 252. ג. 720. ד. 6.

(11) א.  $n^k$ . ב.  $\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$ . ג.  $(n)_k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{ד.}$$